

CAP – 2014

Exame de Admissão 16/12/2013

Nome do Candidato: _____

Identidade: _____

Instruções Gerais (leia atentamente)

- O tempo total de duração do exame será de 2 horas.
- Você receberá uma Folha de Respostas junto com este Caderno de Questões. Confira se o seu Caderno de Questões está completo. Há 8 questões de Matemática (M), 8 questões de Computação (C) e uma redação (R). **Em cada um dos conjuntos de 8 questões propostas, você deverá escolher 5 para resolver.**
- Coloque o seu nome e número de identidade (ou passaporte) no Caderno de Questões e na Folha de Resposta. Serão disponibilizadas folhas em branco extras para suas respostas. Escreva o seu nome, numere e rubrique cada uma das folhas de respostas extras utilizadas.
- Cuidado com a legibilidade. Se houver dúvidas sobre a sua resposta, ela será considerada nula.
- O examinador avisará quando estiver faltando 15 minutos para terminar o tempo, e novamente quando o tempo terminar.
- Ao terminar o tempo, pare imediatamente de escrever. Não se levante até que todas as provas tenham sido recolhidas pelos examinadores.
- Você poderá sair caso termine a prova antes do tempo, mas isso só será possível após a primeira hora de prova.
- Ao entregar a prova, você deverá assinar uma lista de presença especificando o número de folhas de respostas extras utilizadas.
- As Folhas de Respostas e os Cadernos de Questões serão recolhidos no final da prova.
- Não é permitido tirar dúvidas durante a realização da prova.

Boa Prova!

Questões

MATEMÁTICA (Escolha 5 das 8 questões propostas)

M1) Considera-se 2 eventos A e B e as probabilidades $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/2$ e $P(A \cup B) = 3/4$, calcule:

- (a) $P(A \cap B)$,
- (b) $P(A \cap \bar{B})$,
- (c) $P(A | B)$ e
- (d) responda, justificado, se A e B independentes

M2) Estime a média, a variância e o desvio padrão da população da qual se obteve seguinte amostra aleatória de dados: 1, 0, 2, 1, 2, 0.

Se multiplicarmos por 2 cada um dos dados amostrados, o que aconteceria à média e à variância estimados? (sem fazer cálculos!)

M3) Sendo i a unidade imaginária ($i^2 = -1$), pergunta-se: quantos números reais a existem para os quais $(a + i)^4$ é um número real?

M4) Encontre todos os valores de x no gráfico da função $f(x) = 2 \sin(x) + \sin^2(x)$ para os quais a linha tangente à curva é horizontal.

M5) Considera-se a seguinte série: $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n}$,

- (a) Escreva seus 4 primeiros termos;
- (b) Esta série converge ou diverge? Se converge, para qual valor?

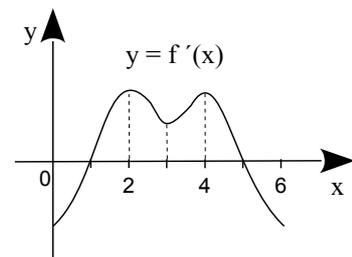
M6) Considera-se I_2 uma matriz identidade de ordem 2 e a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 3/4 & 1/4 \end{bmatrix},$$

- (a) Calcule o determinante da matriz $I_2 - A$;
- (b) $I_2 - A$ é inversível? Se sim, calcule sua inversa.

M7) O gráfico da derivada $f'(x)$ de uma função $f: [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, é mostrado abaixo.

- (a) Em que intervalos do domínio a função f cresce e em que intervalos ela decresce?;
- (b) Para que valores de x a função f possui mínimo ou máximo local?



M8) Esboce o gráfico da função f definida na questão anterior, supondo $f(0) = 0$.

COMPUTAÇÃO (Escolha 5 das 8 questões propostas)

C1) Considere uma função que precisa verificar em um texto se todos os parênteses abertos são fechados corretamente. As regras são: (1) o fechamento de parêntese “)” só pode ser adicionado caso exista uma abertura de parêntese “(” antes, a qual será fechada por ele; e (2) todos os parênteses abertos precisam ser fechados.

(a) Explique como a estrutura de dados PILHA pode ser utilizada para implementar essa verificação, dizendo em que situações o texto seria considerado válido e em que situações que não.

(b) Mostre quais as operações PUSH e POP seriam realizadas no texto “((()()))”

C2) Considere uma rotina que precise encontrar o maior divisor comum entre dois números inteiros. Apresente essa rotina em pseudo-código ou em uma linguagem imperativa de sua preferência. Deixe claro os parâmetros de entrada e qual é a saída.

C3) Considere uma estrutura para criação de uma fila de números inteiros. A fila é uma estrutura de dados onde os elementos são inseridos no final e são retirados do seu início.

```
ESTRUTURA fila{
    INTEIRO vetor[100];
    INTEIRO inicio;
    INTEIRO fim;
}
```

Essa fila possui operações para saber o seu número de elementos, para inserir um elemento no final e para retirar e retornar o elemento do início. Segue abaixo o exemplo de uma fila:

3	5	7	8	?	?	?	?	?	?
↑				↑					
inicio=0				fim=4					

O que deve acontecer se for chamada a função para inserir no final passando o valor 13:

3	5	7	8	13	?	?	?	?	?
↑					↑				
inicio=0					fim=5				

O que deve acontecer se for chamada a função para retirar do início o primeiro elemento (essa chamada retornaria 3, o valor do primeiro elemento):

?	5	7	8	13	?	?	?	?	?
	↑				↑				
	inicio=1				fim=5				

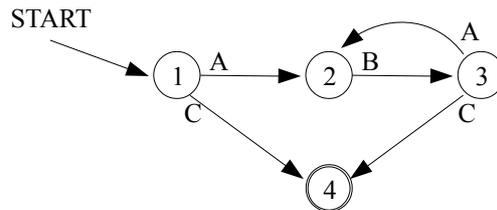
Considere que ao ser criada uma nova fila, os valores de início e fim sempre são inicializados com 0. Quando chegar ao final do vetor, a inserção deve recomeçar do começo do mesmo. Deve-se tratar o caso da fila já estar com capacidade máxima (caso em que a variável fim referencia uma célula anterior a início), simplesmente não inserindo o elemento. O caso de se tentar retirar da fila vazia também deve ser tratado não retornando nada.

Apresente essa rotina em pseudo-código ou em uma linguagem imperativa de sua preferência funções para inserção de elemento, remoção de elemento e tamanho da fila.

C4) Considere uma função que recebe o valor inicial, o número de meses e o juros mensal e retorne o valor final com juros compostos. Essa função obrigatoriamente deve ser implementada utilizando um algoritmo recursivo, no qual a próxima chamada reduz em um o número de meses. Implemente essa função em pseudo-código ou em uma linguagem imperativa de sua preferência.

$$\text{JUROS_COMPOSTOS}(1000, 3, 0.01) = (((1000 * 1.01) * 1.01) * 1.01)$$

C5) Considere o automata abaixo e responda as perguntas a seguir:



- (a) Quais são os estados do automata? Qual é o estado inicial e qual é o estado final?
- (b) Diga se as seguintes entradas são aceitas ou não pelo automata: ABABC; ABABABC; AC; ABAB

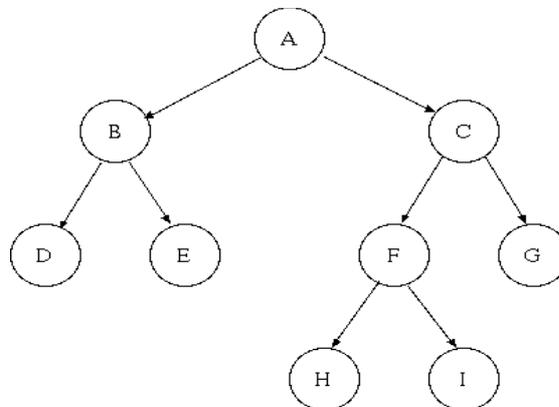
C6) Considere uma árvore binária cujo nó (tipo NO) possua as propriedades DIREITO e ESQUERDO para referenciar respectivamente os nós que representam seu filho da direita e da esquerda. Considere que para essa implementação, quando um nó não possuir um dos filhos, seu valor será NIL. Considere a rotina abaixo e responda as perguntas a seguir:

```

ROTINA (NO n) RETORNA INTEIRO{
  SE (n == NIL) {
    RETORNA 0;
  } SENÃO{
    RETORNA 1 + ROTINA (n.DIREITO) + ROTINA (n.ESQUERDO);
  }
}

```

- (a) Diga qual será o resultado retornado pela rotina ao ser passado o nó A da árvore representada abaixo:



- (b) Explique com suas palavras o que a função ROTINA faz.

C7) Considere um grafo direcional com 9 vértices representado na tabela abaixo. Um “X” marcado na linha x e na coluna y, significa que existe uma aresta saindo do vértice x para o vértice y. Apresente uma representação gráfica do grafo, dizendo se existe ou não ciclos no grafo. Em caso positivo, aponte um conjunto de vértices que forma um ciclo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	X	X	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	X	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-	-	-	-	X
4	-	-	-	-	X	-	X	-	-
5	-	-	X	-	-	-	X	-	-
6	-	X	-	-	-	-	X	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	X	X
8	-	-	-	-	-	X	-	-	X
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-

C8) Desenhe um automata com as seguintes características: (a) aceita 1 e 0 como entrada; (b) precisa ter um número par de “0” para ser aceito; (c) pode ter qualquer número de “1” em qualquer posição. Lembre-se de indicar o estado inicial e final.

Redação

R) Escreva pelo menos 10 linhas discorrendo sobre suas expectativas em relação ao curso de Computação Aplicada do INPE e sobre o papel que cursá-lo poderá ter na sua vida profissional.