RESPOSTAS 2013

MATEMÁTICA

M1) P(A) = 0:9, P(B) = 0:8 e P(A $\cap$ B) = 0:75:

(a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.9+0.8-0.75=0.95$ 0.95

(b) $P(A\cap \bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=0.9-0.75=0.15$; 0.15

(c) $P(\bar{A}\cap \bar{B})=P(\overline{\bar{A}\cup \bar{B}})=1-P(A\cup B)=0.05$; 0.05

(d) $P(A|\bar{B})=\dfrac{P(A\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}=\dfrac{P(A\cap \bar{B})}{1-P(B)}=\dfrac{0.15}{0.2}=0.75$. 0.75

M1) 4, 0, 1, 4, 3, 6

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i=\frac{4+0+1+4+3+6}{6}=\frac{18}{6} \qquad \mu=3$$

$$\hat{s}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=\frac{1+9+4+1+0+9}{5}=\frac{24}{5} \qquad \sigma^2=\frac{24}{5}=4{,}8$$

$$\hat{s}=\sqrt{\hat{s}^2}=\sqrt{\frac{24}{5}} \qquad \hat{s}=\sqrt{\frac{24}{5}}=2{,}1909$$

Adicionado 2: média fica acrescida de 2 e desvio padrão não muda.

M3) $z=(1+i)^{12}=(\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\pi/4})^{12}=2^6 e^{3\pi}$ $\quad Re(z)=2^6\cos(3\pi)=-64$

ou

$$z=(1+i)^{12}=\sum_{k=0}^{12}\binom{12}{k} i^k \qquad Re(z)=\binom{12}{0}-\binom{12}{2}+\binom{12}{4}-\binom{12}{6}+\binom{12}{8}-\binom{12}{10}+\binom{12}{12}$$

$$Re(z)=1-66+495-924+495-66+1=-64$$

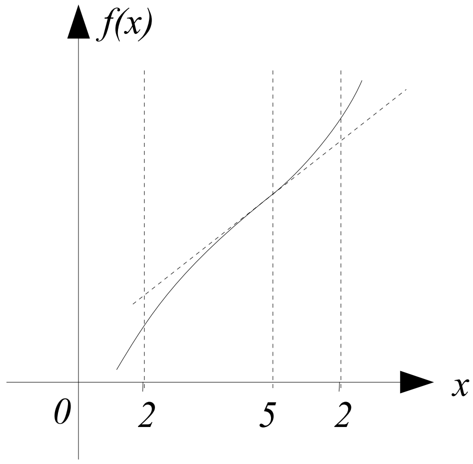
M4) $sen^2(x)=1+\cos(x)$

$1-\cos^2(x)=1+\cos(x)$

$\cos^2(x)+\cos(x)=0$ $\qquad \cos(x)=0 \;\rightarrow\; x=\pi/2+k\pi \quad \forall\, k\in\mathbb{N}$

$\cos(x)=0 \;\; ou \;\; -1$ $\qquad \cos(x)=-1 \;\rightarrow\; x=(2k+1)\pi \quad \forall\, k\in\mathbb{N}$

M5)



M6) $S=\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{4^n}$,

(a) $1/4^3 + 1/4^4 + 1/4^5 + 1/4^6$

(b) Converge. $S=\frac{1/4^3}{1-1/4}=\frac{1}{48}$

M7)

$$det(AB+C^T) = det\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 1\\4 & 2\end{bmatrix}^T\right) = det\left(\begin{bmatrix}2 & 1\\4 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 4\\1 & 2\end{bmatrix}\right) =$$

$$det\left(\begin{bmatrix}5 & 5\\5 & 5\end{bmatrix}\right) = 0$$

M8)

$$f'(\theta)=3\cos^2(5\theta)\ (-sen(5\theta))\ 5$$

$$f'(\theta)=-15\ sen(5\theta)\cos^2(5\theta)$$

$$\int_0^1 (x^2+1)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1=\frac{4}{3}$$

COMPUTAÇÃO

C1)

sequência de caracteres 000111

Caractere		0	0	0	1	1	1
Estado	q1	q1	q1	q1	q2	q3	q3

q3 é estado final: aceita

sequência de caracteres 10110

Caractere		1	0	1	1	0
Estado	q1	q2	q1	q2	q3	q2

q2 não é estado final: não aceita

C2) *p*: Você tirou 10 nesta prova,
q: Você se preparou bem para esta prova e
r: Você acertou esta questão.

a) $r \wedge \neg p$
b) $r \rightarrow q$
c) $r \wedge q \rightarrow p$

C3) Pilha é um Tipo Abstrato de Dados onde os dados são organizados sequencialmente, e que funciona da seguinte forma:

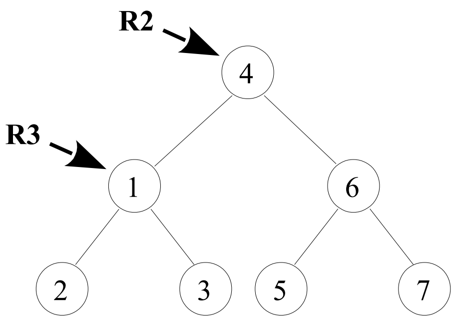
- ·Novos elementos entram no conjunto, exclusivamente, no topo da pilha;
- ·O único elemento que posso retirar da pilha em um dado momento, é o elemento do topo.

Analogia: pilha de pratos, livros, etc.

Usos: Chamada de subprogrmas, avalição de expressões aritméticas, etc.

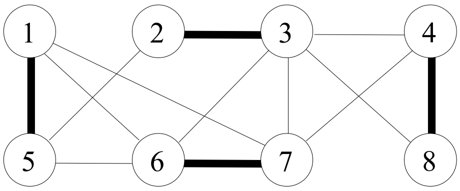
C4) R1 é uma ABB. Todas as propriedades são satisfeitas.

R2 não é uma ABB.
A sub-árvore R3 não satisfaz a propriedade 1,
logo R3 não é uma ABBe então
A sub-árvore R2 não satisfaz a propriedade 3,
logo R2 não é uma ABBe então

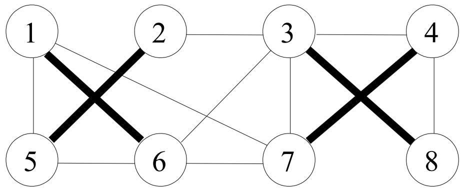


C5) *matchings perfeitos* possíveis:

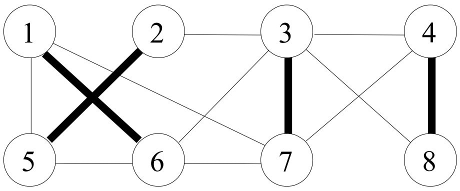
$M_1 = \{ (1,5), (2,3), (4,8), (6,7) \}$



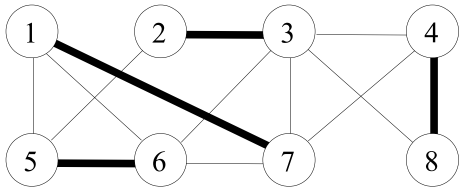
$M_3 = \{ (1,6), (2,5), (3,8), (4,7) \}$



$M_2 = \{ (1,6), (2,5), (3,7), (4,8) \}$



$M_4 = \{ (1,7), (2,3), (4,8), (5,6) \}$



C6) $T(3^0)=T(1)=0$

para m>0: $T(3^m)=3\mathrm{T}(3^{m-1})+2c3^m$

$$T(3^1)=3\mathrm{T}(3^0)+2\times3^1c \quad\Rightarrow\quad T(3^1)=2\times3^1c$$
$$T(3^2)=3\mathrm{T}(3^1)+2\times3^2c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=2\times3^2c+2\times3^2c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=4\times3^2c$$
$$T(3^3)=3\mathrm{T}(3^2)+2\times3^3c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=4\times3^3c+2\times3^3c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=6\times3^3c$$
$$T(3^4)=3\mathrm{T}(3^3)+2\times3^4c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=6\times3^4c+2\times3^4c \quad\Rightarrow\quad T(3^2)=8\times3^4c$$

por indução, prova-se: $T(3^m)=2\mathrm{m}\times3^mc$

tem-se então: $T(n)=2c\,n\log_3(n)$

A complexidade assintótica do algoritmo é então: *n log(n)*

C7) 100 < x < 200

C8) R(1) = R(2) = 0 R(n)=2+R(n-1)+R(n-2)

n	R(n)	fib(n)
0	0	1
1	0	1
2	2	2
3	4	3
4	8	5
5	14	8
6	24	13
7	40	21
8	64	34

40 chamadas recursivas e o resultado é 31.