

CAP – 2013

Exame de Admissão 19/01/2013

Nome do Candidato: _____

Identidade: _____

Instruções Gerais (leia atentamente)

- O tempo total de duração do exame será de 2 horas.
- Você receberá uma Folha de Respostas junto com este Caderno de Questões. Confira se o seu Caderno de Questões está completo. Há 8 questões de Matemática (M), 8 questões de Computação (C) e uma redação (R). **Em cada um dos conjuntos de 8 questões propostas, você deverá escolher 5 para resolver.**
- Coloque o seu nome e número de identidade (ou passaporte) no Caderno de Questões e na Folha de Resposta. Serão disponibilizadas folhas em branco extras para suas respostas. Escreva o seu nome, numere e rubrique cada uma das folhas de respostas extras utilizadas.
- Cuidado com a legibilidade. Se houver dúvidas sobre a sua resposta, ela será considerada nula.
- O examinador avisará quando estiver faltando 15 minutos para terminar o tempo, e novamente quando o tempo terminar.
- Ao terminar o tempo, pare imediatamente de escrever. Não se levante até que todas as provas tenham sido recolhidas pelos examinadores.
- Você poderá ir embora caso termine a prova antes do tempo, mas isso só será possível após a primeira hora de prova.
- Ao entregar a prova, você deverá assinar uma lista de presença especificando o número de folhas de respostas extras utilizadas.
- As Folhas de Respostas e os Cadernos de Questões serão recolhidos no final da prova.
- Não é permitido tirar dúvidas durante a realização da prova.

Boa Prova!

Questões

MATEMÁTICA (Escolha 5 das 8 questões propostas)

M1) Considerando que $P(A) = 0,9$, $P(B) = 0,8$ e $P(A \cap B) = 0,75$, calcule:

- (a) $P(A \cup B)$;
- (b) $P(A \cap \bar{B})$;
- (c) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$;
- (d) $P(A|\bar{B})$.

M2) Estime a média, a variância e o desvio padrão da população da qual se obteve seguinte amostra aleatória de dados: 4, 0, 1, 4, 3, 6.

Se adicionarmos 2 a cada um dos dados amostrados, o que aconteceria à média e ao desvio padrão estimados? (sem fazer cálculos!)

M3) Determine a parte real do número complexo $z = (1+i)^{12}$.

M4) Resolva a seguinte equação: $\operatorname{sen}^2(x) = 1 + \cos(x)$.

M5) Dada a função contínua e continuamente diferenciável $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para $2 \leq x \leq 7$, $f''(x) < 0$ para $2 \leq x < 5$, $f''(5) = 0$ e $f''(x) > 0$ para $5 < x \leq 7$, faça um esboço do gráfico desta função para $2 \leq x \leq 7$.

M6) Considere a seguinte série: $S = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{4^n}$,

- (a) Escreva seus 4 primeiros termos;
- (b) Esta série converge ou diverge? Se converge, para qual valor?

M7) Dadas as matrizes

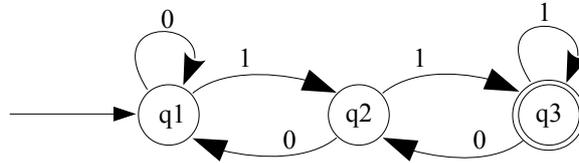
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad e \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Calcule o determinante da matriz $A \times B + C^T$.

M8) Calcule a derivada da função $f(\theta) = \cos^3(5\theta)$ e a seguinte integral: $\int_0^1 (x^2+1) dx$.

COMPUTAÇÃO (Escolha 5 das 8 questões propostas)

C1) Dado o diagrama a seguir de um automato finito, as seqüências de caracteres 000111 e 10110 são aceitas pelo automato?



C2) Sejam p , q , e r as seguintes proposições:

p : Você tirou 10 nesta prova,

q : Você se preparou bem para esta prova e

r : Você acertou esta questão.

Escreva as formulas lógicas dois seguintes enunciados usando p , q , e r e os conectores lógicos ou (\vee), e (\wedge), não (\neg), e implica (\rightarrow).

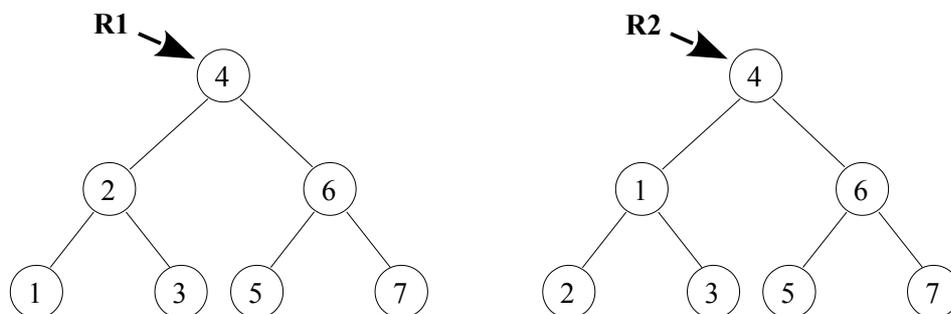
- Você acertou esta questão mas não tirou 10 nesta prova.
- Para você acertar esta questão é necessário que você tenha se preparado bem para esta prova.
- Você ter acertado esta questão e ter se preparado bem para esta prova é suficiente para você tirar 10 nesta prova.

C3) O que é e como funciona o tipo abstrato de dados Pilha?

C4) Uma árvore binária com raiz R é uma *Árvore Binária de Busca* se possui as propriedades:

- A chave (informação) de cada nó da sub-árvore esquerda de R é menor do que a chave (informação) do nó R ;
- A chave de cada nó da sub-árvore direita de R é maior do que a chave do nó R ;
- As sub-árvores esquerda e direita também são *Árvores Binárias de Busca*.

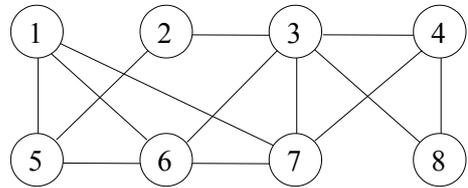
Verifique se cada uma das árvores a seguir (de raízes $R1$ e $R2$) é ou não árvore binária de busca. Se não, indique quais propriedades não são satisfeitas.



C5) Seja um grafo não direcionado $G(V,E)$, onde V é o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas. Um *matching* no grafo G é um conjunto de arestas não adjacentes, ou seja, que não compartilham vértices entre si. Um *matching* é dito *perfeito* quando existe uma aresta do *matching* incidindo em cada um dos vértices de G .

Determine um *matching perfeito* para o grafo abaixo

$G = (V, E)$
 $V = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$
 $E = \{ (1,5), (1,6), (1,7), (2,3), (2,5), (3,4), (3,6), (3,7), (3,8), (4,7), (4,8), (5,6), (6,7) \}$



C6) O tempo de processamento $T(n)$ de um algoritmo de ordenação dos elementos de um vetor de tamanho n é descrito pela seguinte equação de recorrência (onde c é uma constante positiva):

$$T(n) = 3T(n/3) + 2cn \quad ; \quad T(1) = 0$$

Resolva a equação acima para uma fórmula explícita não recorrente para $T(3^m)$. Qual é a complexidade assintótica do algoritmo?

C7) Para que faixa de valores da variável x o seguinte fragmento de código imprime a letra C?

```

if (x < 200)
    if (x <= 100)
        if (x <= 0) printf("A")
        else printf("B")
    else printf("C")
else printf("D")

```

C8) O programa abaixo, quando executado para $\text{fib}(8)$, faz quantas chamadas recursivas (excluindo a primeira chamada da função)? Qual é o valor retornado?

```

int fib (int n) {
    if (n==0 || n==1) return 1;
    else return fib(n-1) + fib(n-2);
}

```

Redação

R) Escreva pelo menos 10 linhas sobre a importância (ou não) do desenvolvimento da ciência e da tecnologia espaciais para o futuro da humanidade e sobre a posição do Brasil neste desenvolvimento.